ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΚΑΡΙΠΙΔΗΣ – ΑΝΘΟΥΛΑ ΣΟΦΙΑΝΟΠΟΥΛΟΥ

ΓΕΝΙΚΟ ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Απόλυτη τιμή αριθμού

Απόσταση ενός αριθμού από το μηδέν - πάντα θετικός αριθμός

$$|\alpha| = \alpha \quad \text{αν } \alpha \geq 0$$

$$|\alpha| = -\alpha \quad \text{αν } \alpha < 0$$

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

$|-\alpha| = |\alpha|$

$$|\alpha\beta| = |\alpha||\beta|$$

$$\left|\frac{\alpha}{\beta}\right| = \frac{|\alpha|}{|\beta|} \quad \text{για } \beta \neq 0$$

$$|x+y| \leq |x| + |y|$$

$$|x-y| \leq |x| + |y|$$

$$|x-y| \geq |x| - |y|$$

Δυνάμεις (εκθέτες)

$a^0 = 1$ $\qquad$ $a^1 = a$ $\qquad$ $a^\nu a^\mu = a^{\nu+\mu}$

$a^\nu b^\nu = (ab)^\nu$ $\qquad$ $(a^\nu)^\mu = a^{\nu\mu}$ $\qquad$ $\dfrac{a^\nu}{\beta^\nu} = \left(\dfrac{a}{\beta}\right)^\nu$

$\dfrac{a^\nu}{a^\mu} = a^{\nu-\mu}$ $\qquad$ $\alpha^{-\nu} = \dfrac{1}{\alpha^\nu}$

Ρίζες

$a^{n/m} = \sqrt[m]{a^n}$ $\qquad$ $a^{1/2} = \sqrt{a}$ $\qquad$ $a^{1/3} = \sqrt[3]{a}$

$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$ $\qquad$ $a\sqrt[n]{x} + b\sqrt[n]{x} = (a+b)\sqrt[n]{x}$ $\qquad$ $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$

$\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^{1/n}$

Ταυτότητες

$(a+\beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta$

$(\alpha-\beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta$

$(\alpha-\beta)(\alpha+\beta) = \alpha^2 - \beta^2$

$(\alpha+\beta)^3 = \alpha^3 + \beta^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2$

$(\alpha-\beta)^3 = \alpha^3 - \beta^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2$

$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha+\beta)\left(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2\right)$

$\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha-\beta)\left(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2\right)$

$(\alpha+\beta+\gamma)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + 2\alpha\beta + 2\alpha\gamma + 2\beta\gamma$

Επίλυση Δευτεροβάθμιας Εξίσωσης

Αν $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ εξίσωση β' βαθμού
Έχουμε τη διακρίνουσα $\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma$

<u>Ισχύει:</u>

- $\Delta>0$ Δύο άνισες πραγματικές ρίζες $x_{1,2}=\dfrac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}$, οπότε
  $\alpha x^2+\beta x+\gamma=\alpha(x-x_1)(x-x_2)$

- $\Delta=0$ Μία πραγματική ρίζα διπλή $x_{1,2}=-\dfrac{\beta}{2\alpha}$, οπότε
  $\alpha x^2+\beta x+\gamma=\alpha(x-x_1)^2=\alpha\left(x+\dfrac{\beta}{2\alpha}\right)^2$

- $\Delta<0$ Δεν έχει ρίζες στο σύνολο των πραγματικών αριθμών

Άθροισμα ριζών $x_1+x_2=\dfrac{-\beta}{\alpha}$

Γινόμενο ριζών $x_1x_2=\dfrac{\gamma}{\alpha}$

Εξίσωση ευθείας η οποία έχει κλίση λ και διέρχεται από το σημείο (x_1,y_1):

$$y=y_1+\lambda(x-x_1).$$

Εξίσωση ευθείας που διέρχεται από δυο σημεία (x_1,y_1) και (x_2,y_2)

$$y=y_1+\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1).$$

Κανόνες παραγώγισης

$$[f(x)\pm g(x)]'=f'(x)\pm g'(x)$$

$$[f(x)g(x)]'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$$

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]'=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$

Εάν $y = f(u)$ και $u = g(x)$ τότε $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\frac{du}{dx}$, (αλυσωτός κανόνας).

Εάν η συνάρτηση g είναι αντίστροφη της f (δηλαδή $g[f(x)] = x$)
τότε $g'(y) = \frac{1}{f'(x)}$ όπου $y = f(x)$.

Παραγώγιση γνωστών συναρτήσεων

$$[f(x)^n]' = nf'(x)f^{n-1}(x) \qquad [e^x]' = e^x \qquad [ae^{g(x)}]' = ag'(x)e^{g(x)}$$

$$[\ln x]' = \frac{1}{x} \qquad [\ln f(x)]' = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

Ορισμένο ολοκλήρωμα της f από $x = a$ μέχρι $x = b$.

$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a)$ όπου F είναι το αόριστο ολοκλήρωμα της f, δηλαδή $F'(x) = f(x)$.

Ιδιότητες ορισμένου ολοκληρώματος

$$\int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx \qquad \int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

$$\int_a^a f(x)dx = 0 \qquad \int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx \qquad \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$$

Ολοκλήρωση κατά παράγοντες

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

Ολοκλήρωση γνωστών συναρτήσεων

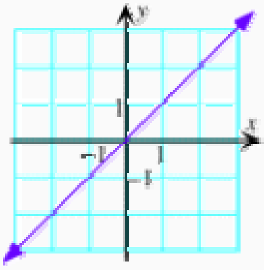
$$\int adx = ax + c \qquad \int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$$

$$\int x^{-1}dx = \ln x + c \qquad \int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = \ln f(x) + c$$

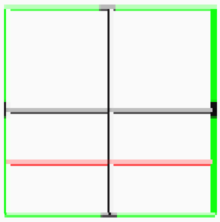
$$\int f^n(x)dx = \frac{1}{n+1}\frac{1}{f'(x)}f^{n+1}(x) + c \qquad \int e^x dx = e^x + c$$

$$\int f'(x)e^{f(x)}dx = e^{f(x)} + c$$

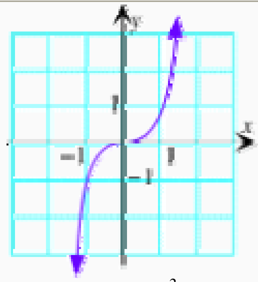
Γραφικές παραστάσεις βασικών συναρτήσεων



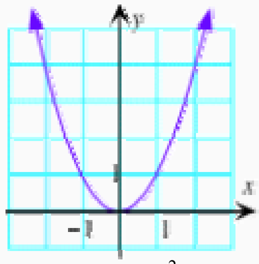
$f(x) = x$



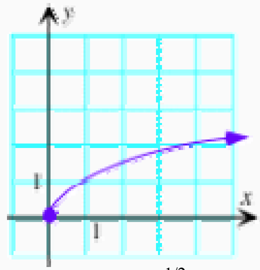
$f(x) = a$



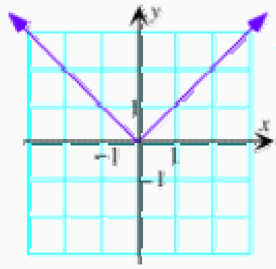
$f(x) = x^3$



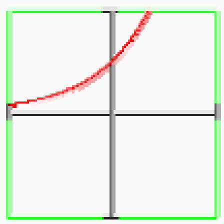
$f(x) = x^2$



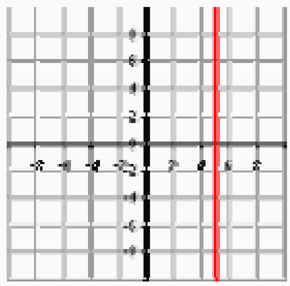
$f(x) = x^{1/2}$



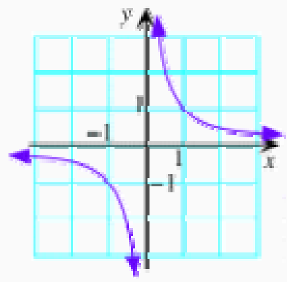
$f(x) = |x|$



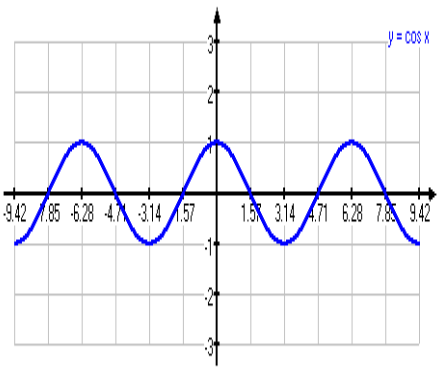
$f(x) = e^x$



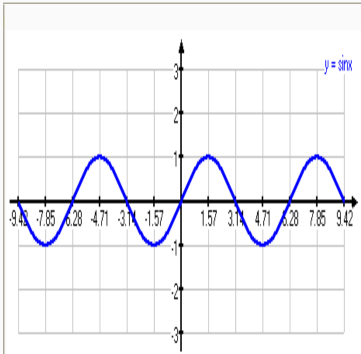
χ=β



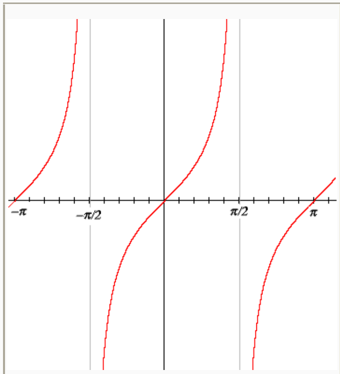
$f(x) = \frac{1}{x}$



$f(x) = \sigma\upsilon\nu\chi$



$f(x) = \eta\mu\chi$



$f(x) = \varepsilon\phi\chi$